

Quesito 1.

Un portafoglio di un operatore finanziario è formato dai seguenti titoli obbligazionari:

$$b_1 = (-99; 5; 5; 105) / (0; 1; 2; 3)$$

$$b_2 = (-97; 4; 4; 4; 104) / (0; 1; 2; 3; 4)$$

con quote $q_1 = 100$ e $q_2 = 200$.

Calcolare il TIR del portafoglio in oggetto se gli incassi per interessi sono gravati da un'imposta del 12,5%.

Risoluzione. Gli scadenziari dei due titoli per effetto della tassazione sono:

$${}^T b_1 = (-99; 4,375; 4,375; 104,375) / (0; 1; 2; 3)$$

$${}^T b_2 = (-97; 3,5; 3,5; 3,5; 103,5) / (0; 1; 2; 3; 4)$$

Lo scadenziario del portafoglio è perciò:

$$\Gamma = (-29.300; 1.137,5; 1.137,5; 11.137,5; 20.700) / (0; 1; 2; 3; 4).$$

Il TIR si ottiene risolvendo l'equazione di equilibrio:

$$29.300 = 1.137,5 \cdot (v + v^2) + 11.137,5 \cdot v^3 + 20.700 \cdot v^4$$

dove $v = \frac{1}{1 + TIR}$. Si ottiene col metodo dell'interpolazione $TIR \approx 4,45\%$.

Quesito 2.

Una polizza assicurativa prevede entrate che formano una rendita frazionata (in semestri) ventennale, differita di 15 anni la cui rata annua costante espressa in moneta corrente è 1.200 Euro. Sapendo che l'inflazione è il 2% calcolare il prezzo (tecnicamente *premio*) della polizza nell'ipotesi di un tasso di interesse i pari al 5%.

Risoluzione. La polizza prevede delle rate semestrali costanti pari a 600 Euro (in moneta corrente). Siccome la rendita è differita di 15 anni, la rata costante dovrà essere rivalutata per il tasso d'inflazione, ossia:

$$R = 600 \cdot (1 + 0,02)^{15} = 807,52.$$

Abbiamo perciò 40 rate semestrali. Il tasso semestrale equivalente è

$i_{1/2} = \sqrt{1,05} - 1 = 0,0246951$. Il premio della polizza si ottiene come valore attuale di una rendita frazionata differita:

$$P = (1+i)^{-15} \cdot R \cdot \frac{1 - (1+i_{1/2})^{-40}}{i_{1/2}} = 9.800,97.$$

Quesito 3.

Siano date le seguenti due operazioni di investimento:

$$I1 = (-100; 30; 40; 30; 50) / (0; 1; 2; 3; 4);$$

$$I2 = (-80; 25; 30; 60) / (0; 1; 2; 3).$$

Per integrare $I2$ sul mercato è presente la seguente operazione integrativa:

$$I3 = (-20; 1; 1; 21) / (0; 1; 2; 3)$$

ed i flussi intermedi possono essere reinvestiti al tasso j .

Calcolare il valore di j che rende equivalenti le due alternative.

Risoluzione. Le due operazioni $I1$ e $I2$ non sono omogenee perché non hanno la stessa durata e non presentano lo stesso esborso iniziale.

L'integrazione di $I2$ con $I3$ consente di ottenere lo stesso esborso iniziale:

$$I2+I3 = (-100; 26; 31; 81) / (0; 1; 2; 3).$$

I flussi intermedi possono essere reinvestiti al tasso j perciò si ottiene all'epoca 4:

$$M = 26 \cdot (1+j)^3 + 31 \cdot (1+j)^2 + 81 \cdot (1+j)^1.$$

Possiamo ora utilizzare il criterio del TIR. Il TIR della prima operazione si ottiene risolvendo l'equazione di equilibrio:

$$100 = 30 \cdot v + 40 \cdot v^2 + 30 \cdot v^3 + 50 \cdot v^4$$

con $v = \frac{1}{1+TIR}$. Il metodo dell'interpolazione fornisce $TIR \simeq 17,13\%$. Imponiamo

che anche la seconda operazione (con le due integrazioni precedenti) abbia lo stesso TIR. Dovremo imporre la condizione

$$M = 100 \cdot (1+TIR)^4 = 188,2271$$

$$\Rightarrow 26 \cdot (1+j)^3 + 31 \cdot (1+j)^2 + 81 \cdot (1+j)^1 = 188,2271.$$

Risolviamo nuovamente per interpolazione. Si ottiene: $j \simeq 20,54\%$.

Quesito 4. (prova completa)

Un soggetto ha iniziato due anni fa a restituire due debiti: il primo di 300.000 a fronte del quale paga rate costanti pari a 50.000 per 8 anni, ed il secondo di 500.000 a fronte del quale paga rate di 75.000 per 8 anni.

Oggi vuole unificare le due posizioni debitorie in modo di estinguere ciò che resta da pagare mediante il versamento di rate di un ammortamento francese decennale condotto ad un tasso che rende lo scambio finanziariamente equivalente. Calcolare la rata di tale nuovo ammortamento.

Risoluzione. I due debiti prevedono nel complesso un importo di 800.000 con rimborso di rate costanti pari a 125.000 per 8 anni. Il tasso di costo complessivo per il debitore si ottiene risolvendo l'equazione di equilibrio finanziario:

$$800.000 = 125.000 \cdot \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i}.$$

La soluzione (per interpolazione) è $i \approx 5,24\%$.

Il debitore ha pagato all'epoca uno una rata complessiva pari a 125.000 mentre dall'epoca due paga una rata costante (per dieci anni) tale da rendere le seconda alternativa equivalente. La condizione è perciò:

$$\begin{aligned} 800.000 &= 125.000 \cdot (1+i)^{-1} + R \cdot \frac{1 - (1+i)^{-10}}{i} \cdot (1+i)^{-1} = \\ &= 118.771,99 + 7,250955 \cdot R \\ \rightarrow R &= \frac{681.228,01}{7,250955} = 93.950,11 \end{aligned}$$